θ	0	π/3	π/2
A'(θ)	+	0	-
A(θ)	↗		↘

Donc A(θ) est maximale pour θ=π/3

EX 27 PAGE 21

$$z=\frac{1}{2}\left(\sin(\varphi)+i\left(1-\cos(\varphi)\right)\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(\sin(\varphi)-i\left(\cos(\varphi)\right)+i\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(\cos(\frac{\pi}{2}-\varphi)-i\sin(\frac{\pi}{2}-\varphi)+i\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(e^{i(\varphi-\frac{\pi}{2})}+e^{i\frac{\pi}{2}}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(e^{i\frac{\varphi}{2}}.\left(e^{i\frac{\varphi-\pi}{2}}+e^{-i\frac{\varphi-\pi}{2}}\right)\right)=\frac{1}{2}\left(e^{i\frac{\varphi}{2}}.2\cos\left(\frac{\varphi-\pi}{2}\right)\right)$$

$$=\cos\left(\frac{\varphi-\pi}{2}\right).e^{i\frac{\varphi}{2}}\quad(0<\varphi<\pi\Rightarrow\cos\left(\frac{\varphi-\pi}{2}\right)>0)$$

$$Donc\left|z\right|=\cos\left(\frac{\varphi-\pi}{2}\right)=\sin(\frac{\varphi}{2})\quad et\ Arg(z)=\frac{\varphi}{2}$$

2.

$$z_1=z-i=\frac{1}{2}\left(\sin(\varphi)-i\left(\cos(\varphi)-i\right)\right.$$

$$=\frac{1}{2}\left(\cos(\frac{\pi}{2}-\varphi)-i\sin(\frac{\pi}{2}-\varphi)-i\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(e^{i(\varphi-\frac{\pi}{2})}+e^{-i\frac{\pi}{2}}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(e^{i\frac{\varphi-\pi}{2}}.\left(e^{i\frac{\varphi}{2}}+e^{-i\frac{\varphi}{2}}\right)\right)=\frac{1}{2}\left(e^{i\frac{\varphi-\pi}{2}}.2\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)\right)$$

$$=\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right).e^{i\frac{\varphi-\pi}{2}}\ (0<\varphi<\pi\Rightarrow\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)>0)$$

$$Donc\left|z_1\right|=\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)\ et\ Arg(z_1)=\frac{\varphi-\pi}{2}$$

$$\left|z_2\right|=\frac{\left|z\right|}{\left|z_1\right|}=\frac{\cos(\frac{\varphi-\pi}{2})}{cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)}=tg\left(\frac{\varphi}{2}\right)$$

$$Arg(z_2)=Arg(z)-Arg(z_1)$$

$$=\frac{\varphi}{2}-\frac{\varphi-\pi}{2}=\frac{\pi}{2}$$

3)a/

$$on\ a\ z_1=z-i=\frac{1}{2}\left(e^{i(\varphi-\frac{\pi}{2})}+e^{-i\frac{\pi}{2}}\right)$$

$$=\frac{1}{2}e^{i(\varphi-\frac{\pi}{2})}-\frac{1}{2}i$$

$$\Leftrightarrow z_1-(-\frac{1}{2}i)=\frac{1}{2}e^{i(\varphi-\frac{\pi}{2})}$$

$$\Leftrightarrow z_M-z_A=\frac{1}{2}e^{i(\varphi-\frac{\pi}{2})}\quad avec\ z_A=-\frac{1}{2}i$$

$$\Leftrightarrow z_M-z_A=\frac{1}{2}e^{i\theta}\quad avec\ \theta\in\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$$

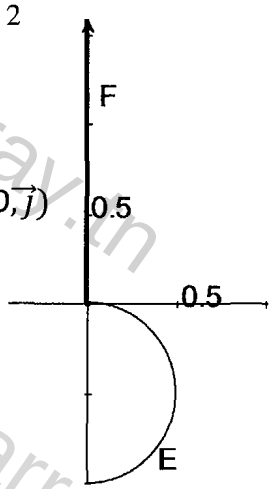
$$\Leftrightarrow M\in\frac{1}{2}cercle\ de\ centre\ A\ et\ de\ rayon\frac{1}{2}$$

E est le demi-cercle de centre le point A(0,-1/2) et de rayon ½ (Voiy figure)

$$\left|z_2\right|=tg\left(\frac{\varphi}{2}\right)\ \text{et}\ Arg(z_2)=\frac{\pi}{2}$$

$$avec\ \frac{\varphi}{2}\in\left]0;\frac{\pi}{2}\right[$$

⇒F est la demi droite $[O,\vec{j})$ privée de O.



Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn